Chapitre 7- Activité documentaire 1-
Cinématique : étude d'un mouvement

<u>Document 1</u> : Equations horaires et équation de la trajectoire

Une équation horaire correspond à une fonction mathématique liant l'une des coordonnées d'espace (x, y ou z) au temps (t) : $x=f_1(t), y=f_2(t)$ ou $z=f_3(t)$.
Les équations horaires permettent de connaître, à une date t, la position dans l'espace (x,y,z) d'un point d'un objet en mouvement.

L'équation de la trajectoire correspond à une fonction mathématique qui exprime l'une des coordonnées d'espace en fonction des autres. Elle est indépendante du temps !
Par exemple, pour un mouvement à deux dimensions dans le plan (O, x, y) : $y=f(x)$.
On l'obtient en combinant les équations horaires $x=f_1(t)$ et $y=f_2(t)$ de façon à éliminer la variable temps de l'équation de la trajectoire.

<u>Document 2</u> : Vecteurs vitesse et accélération en coordonnées cartésiennes

- **Vecteur vitesse**

<u>Expression</u> : $\vec{v}(t)=\vec{v_x}(t)+\vec{v_y}(t)+\vec{v_z}(t)=v_x(t)\vec{i}+v_y(t)\vec{j}+v_z(t)\vec{k}$

Avec $v_x(t)=\frac{dx}{dt}$, $v_y(t)=\frac{dy}{dt}$ et $v_z(t)=\frac{dz}{dt}$: les composantes du vecteur vitesse correspondent aux dérivées des coordonnées d'espace par rapport au temps.

<u>Norme</u> : $v(t)=\sqrt{v_x(t)^2+v_y(t)^2+v_z(t)^2}$

- **Vecteur accélération**

<u>Expression</u> : $\vec{a}(t)=\vec{a_x}(t)+\vec{a_y}(t)+\vec{a_z}(t)=a_x(t)\vec{i}+a_y(t)\vec{j}+a_z(t)\vec{k}$

Avec $a_x(t)=\frac{dv_x}{dt}$, $a_y(t)=\frac{dv_y}{dt}$ et $a_z(t)=\frac{dv_z}{dt}$: les composantes du vecteur accélération correspondent aux dérivées des composantes du vecteur vitesse par rapport au temps.

<u>Norme</u> : $a(t)=\sqrt{a_x(t)^2+a_y(t)^2+a_z(t)^2}$

<u>Questions</u> :

Dans un référentiel donné, on choisit un repère d'espace cartésien R(O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).
Les équation horaires du mouvement d'un point M sont : $x(t)=4t+1$, $y(t)=-t^2+6$ et $z(t)=0$.

1-Pourquoi peut-on ici parler de mouvement plan ? Dans quel plan de l'espace ?

2-Représenter, sur papier millimétré, point par point la trajectoire $y=f(x)$ du point M de 0 à 3 s avec un incrément $\Delta t=0{,}5\,s$. <u>Echelle de représentation</u> : 1 cm <=> 1 m (feuille au format paysage et axe Ox placé au centre de la feuille de papier millimétré)

3-Déterminer l'équation de la trajectoire.

4-a) Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse puis exprimer ce vecteur dans R(O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$). Le représenter à partir de ses composantes en tout point de la trajectoire (composante $\vec{v_x}$ en bleu, composante $\vec{v_y}$ en noir et vecteur vitesse $\vec{v}$ en rouge). <u>Echelle de représentation</u> : $1\,cm \Leftrightarrow 1\,m.s^{-1}$.

4-b) Comment sont orientés les vecteurs vitesse par rapport à la trajectoire ?

4-c) Calculer la norme du vecteur vitesse à la date $t=2{,}5\,s$ à partir de ses coordonnées. Le résultat est-il en accord la représentation graphique de ce vecteur ?

5-a) Déterminer les coordonnées du vecteur accélération puis exprimer ce vecteur dans R. Le représenter en tout point de la trajectoire. <u>Echelle de représentation</u> : $1\ cm \Leftrightarrow 1\ m.s^{-2}$

5-b) Dans le cas présent, que peut-on dire de pertinent à propos du vecteur accélération ?